

## OBTER A UNIDADE ASTRONÓMICA EM TRÊS PASSOS

Um método simplificado para calcular a Unidade Astronómica

Introduzimos aqui o método mais simples de calcular a Unidade Astronómica a partir das observações de Vénus. O objectivo é permitir compreender a ideia geral de como se pode

realizar o cálculo com alguma precisão. São feitas muitas simplificações para reduzir a um mínimo os conhecimentos base necessários à compreensão deste procedimento. Uma versão mais

precisa pode ser encontrada em [www.vt-2004.org](http://www.vt-2004.org). É apenas necessário utilizar a noção do tamanho do perímetro de um círculo, proporções e a terceira Lei de Kepler.

### I. RELAÇÃO ENTRE A UNIDADE ASTRONÓMICA E O DIÂMETRO DO SOL

Seja **D** o diâmetro real do Sol, **a** a distância Terra-Sol (Unidade Astronómica, UA) e  $\delta$  o diâmetro angular do Sol visto da Terra. (Figura 1)

Assim:

$$\tan\left(\frac{\delta}{2}\right) = \frac{D/2}{a}$$

isto porque a tangente do ângulo  $\alpha$  (figura 2) é igual a:

$$\frac{AB}{BC}$$

Como o diâmetro angular do Sol visto da Terra ( $\delta$ ) é da ordem de  $0.5^\circ$  então

$$\tan\left(\frac{\delta}{2}\right) \approx \frac{\delta}{2} \text{ (radianos)}$$

Assim,

$$\delta \text{ (radianos)} = \frac{D}{a} \quad \textcircled{1}$$

O valor de  $\delta$  pode ser facilmente determinado usando um teodolito (equipado com filtro) ou um quadrante.

Assim para se determinar **a** é necessário conhecer **D**. É para isso que vamos usar as observações de Vénus.

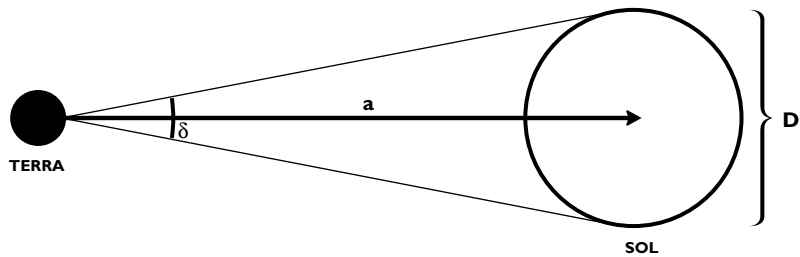


FIGURA 1

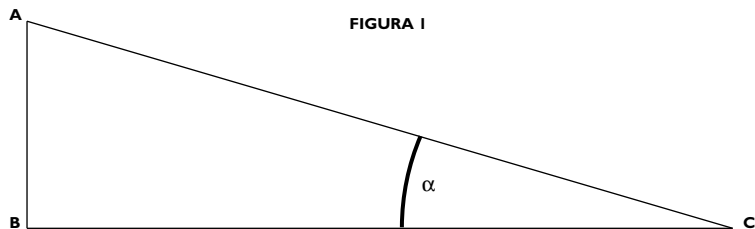


FIGURA 2

### 2. CÁLCULO DAS DISTÂNCIAS REAIS SOBRE A SUPERFÍCIE DO SOL

Necessitamos agora de considerar a situação da Terra, do Sol e de Vénus durante o trânsito.

Vejam as figuras:

**Figura 3** – Um observador na Terra em **A**, verá Vénus, no disco solar, em **A'**. O mesmo para **B** e **B'**. Por uma questão de simplicidade, assumiremos que **A** e **B** estão no mesmo meridiano.

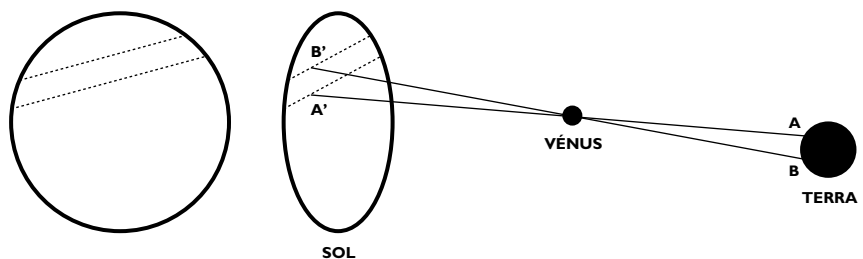


FIGURA 3

**Figura 4** – Note-se que os ângulos AVB e A'VB' são iguais.

Como os dois triângulos da figura 4 [AVB] e [A'VB'] são semelhantes então podemos considerar a proporção (Teorema de Tales):

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{a-d}{d} \quad (2)$$

Note-se que (a-d) não é mais do que a distância Vénus-Sol. Por outro lado sabemos que no Sistema Solar é válida a 3ª Lei de Kepler

$$\frac{A^3}{P^2} = \text{constante}$$

Onde **A** é o semi-eixo maior da órbita do planeta e **P** o seu período de translação em torno do Sol.

Assumindo as órbitas de Vénus e Terra como circulares (o que não se afasta muito da realidade, uma vez que a excentricidade de ambas as órbitas é inferior a 0.02) então o semi-eixo maior é igual ao raio da órbita e portanto:

$$(a-d)^3 / a^3 = (P_V)^2 / (P_T)^2 \quad (3)$$

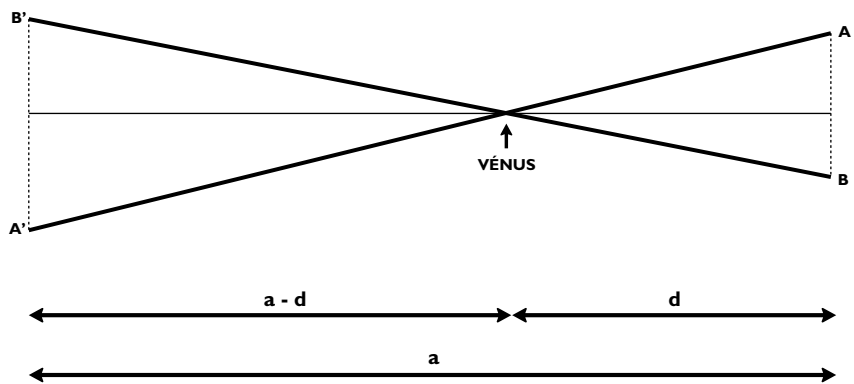


FIGURA 4

onde **P<sub>V</sub>** e **P<sub>T</sub>** são, respectivamente, os períodos de Vénus (224.7 dias) e Terra (365.25 dias).

Assim por (3),

$$(a-d)^3 / a^3 = (224.7)^2 / (365.25)^2$$

então,

$$(a-d) / a = 0.72334$$

Depois de uma manipulação algébrica simples vem

$$(a-d) / d = 2.61455$$

Usando a relação (2),

$$A'B' = 2.61455 AB \quad (4)$$

Onde, **AB** é a distância entre os locais **A** e **B** (e portanto conhecida). **A'B'** é a respectiva distância entre as posições de Vénus sobre o disco solar (ver figura 5).

### 3. CALCULAR O DIÂMETRO REAL DO SOL

Seja a Figura 5 o desenho que se executa no momento da observação, sendo **A'** e **B'** as posições de Vénus observadas a partir da Terra dos locais **A** e **B**. Nesta figura podemos medir o diâmetro do Sol e a distância entre **A'** e **B'**. Assim,

- **[A'B']** é a distância entre os pontos **A'** e **B'** medida no papel (por exemplo em milímetros)
- $\Delta$  é o diâmetro do Sol medido no papel (nas mesmas unidades do anterior, ex. milímetros)
- **A'B'** foi determinado em (4)

Assim, é válida a relação

$$\frac{A'B'}{[A'B']} = \frac{D}{\Delta}$$

que relaciona os valores reais com os medidos no papel.

Esta relação permite a determinação de **D**, nas mesmas unidades de **AB**, e assim calculamos o valor do diâmetro real do Sol,

$$D = 2.61455 AB \frac{\Delta}{[A'B']}$$

Introduzindo agora o valor de **D** na primeira fórmula (1), conseguimos determinar **a**, a distância da Terra ao Sol, isto é, a Unidade Astronómica,

$$a = \frac{2.61455}{\delta} \times AB \frac{\Delta}{[A'B']}$$

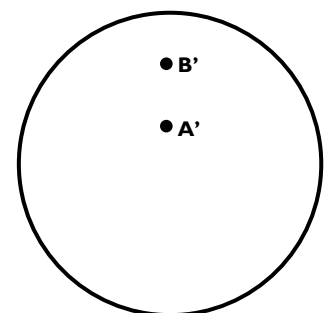


FIGURA 5